

行星视运动的计算机仿真

倪致祥, 姜文博

(阜阳师范学院 物理与电子科学学院, 安徽 阜阳 236037)

摘 要: 在简化模型的基础上, 利用 Mathematica 软件给出了行星视运动的计算机仿真图像, 可以帮助学生正确理解天文观测与日心说理论间的联系。

关键词: 日心系; 行星; 视运动; 数值模拟

中图分类号: G642

文献标识码: A

文章编号: 1004-1069(2011) 03-0036-03

Numerical simulation of apparent motion of planets

NI Zhi-xiang, JIANG Wen-bo

(School of Physics and Electronic Science, Fuyang Teachers College, Fuyang Anhui 236037, China)

Abstract: Based on a simplified model, a Mathematica program is designed which can show the apparent motion of the planets, and help the students to understand the relation between the astronomical observation and the heliocentric theory.

Key words: heliocentric theory; planet; apparent motion; numerical simulation

0 引言

从动力学的角度看, 日心系是很好的惯性系, 比地心系优越; 然而从运动学的角度看, 两者却是等价的。尽管在日心系中, 行星的运动规律比较简单, 但通常的天文观察总是在地球上进行的, 所看到的只是行星的视运动。从复杂的行星视运动现象中发现行星的运动规律, 从而选择太阳参考系, 这是人类认识自然过程中的一个重大飞跃^[1]。

现代的教科书为了便于组织内容, 往往脱离行星的视运动, 直接将作为认识结果的日心说传授给学生。学生则将日心说作为知识来记忆, 而不清楚它与天文观测之间的联系, 这就失去了一个培养创造能力的极好机会。本文在行星运动的简化模型的基础上, 用 Mathematica 软件^[2]设计了一个计算机模拟程序, 可以形象地演示出行星相对于地球上

观察者的视运动, 从而直观地说明了日心说理论实验依据。

1 行星运动的简化模型

1.1 主要假设

严格地说, 行星绕太阳运动的规律非常复杂, 为了简化问题起见, 我们采用以下的近似:

(1) 观察位置近似: 考虑到观察者是在地球上进行观察的, 可以近似的看作是在地心进行观测, 而忽略地球的大小和自转对观测结果的影响。

(2) 轨道共面近似: 行星的公转轨道平面与黄道平面的夹角很小, 除水星外的其他行星的夹角都小于 3° 。因而, 可以将太阳系行星运动的轨道近似看作在同一平面内。

(3) 圆轨道近似: 行星实际运动的轨道是带有

收稿日期: 2011-07-19

基金项目: 安徽省精品课程(数学物理方法); 阜阳师范学院教研项目(2010JPKC05) 资助。

作者简介: 倪致祥(1955 -), 男, 教授。研究方向: 数学物理。

进动的椭圆,我们忽略进动的影响,并考虑到行星的偏心率都很小,将行星相对于太阳的运行轨道简化为圆形。

1.2 太阳参照系中的轨道方程

设 M 为太阳质量, m 为行星质量, r 为行星到太阳的距离,由上述假设和牛顿万有引力公式,可以知道行星运动周期 T 和转动角速度(满足下面关系

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r \quad (1)$$

由此得到

$$r^3 = \frac{GM}{4\pi^2} T^2 \quad (2)$$

取地球公转周期(即 1 年)为时间单位,平均日地距

离为长度单位,上式简化为

$$r^3 = T^2 \quad (3)$$

地球运行轨道的参数方程为

$$\begin{cases} x_0(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ y_0(t) = \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \end{cases} \quad (4)$$

而任一其它行星运动轨道的参数方程为

$$\begin{cases} x_i(t) = r_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \\ y_i(t) = r_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \end{cases} \quad (5)$$

1.3 相关实验数据

由文献 [3],我们得到行星绕太阳公转的实验数据见表 1。

表 1 太阳系行星的轨道数据

行星名称	公转周期 T	公转角速度 ω	行星到太阳距离 r	初始黄经 φ (1950)
水星	0.241	26.188	0.387	0.579
金星	0.615	11.529	0.723	1.424
地球	1.000	6.280	1.000	1.738
火星	1.881	3.350	1.527	2.519
木星	11.862	5.187	5.203	5.518
土星	29.458	0.213	9.539	2.763

2 视运动的计算机仿真

2.1 理论分析

行星的视运动实质上是行星相对于地球观察者的运动,按照本文的假设,太阳视运动的参数方程为:

$$\begin{cases} X(t) = -x_0(t) = -\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ Y(t) = -y_0(t) = -\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \end{cases} \quad (6)$$

而任一行星视运动的参数方程为

$$\begin{cases} X_i(t) = x_i(t) - x_0(t) = \\ \quad r_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) - \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ Y_i(t) = y_i(t) - y_0(t) = \\ \quad r_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) - \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \end{cases} \quad (7)$$

2.2 行星视运动的仿真程序

根据上面的分析,我们可以编写出对应的 Mathematica 程序如下:

```
w0 = 2π; Tmax = 3; φ0 = 1.738; w1 = 2π/T1; r1 = T1^(2/3); rmax = 1 + r1;
x0[t_] := Cos[w0 t + φ0];
y0[t_] := Sin[w0 t + φ0];
```

```
x1[t_] := r1 Cos[w1 t + φ1];
```

```
y1[t_] := r1 Sin[w1 t + φ1];
```

```
dx1[t_] := x1[t] - x0[t];
```

```
dy1[t_] := y1[t] - y0[t];
```

如果要输出静态的行星视运动轨道图形可以调用下面的语句:

```
ParametricPlot[{dx1[t], dy1[t]}, {t, 0, Tmax}]
```

如果要输出动态的行星视运动(同时显示太阳的视运动)图像可以调用下面的语句: `Animate[Graphics[{Red, Disk[{ -x0[t], -y0[t]}, 0.1]}, {Green, Disk[{dx1[t], dy1[t]}, 0.03]}, {Blue, Disk[{0,0}, 0.05]}], PlotRange -> {{-rmax, rmax}, {-rmax, rmax}}, {t, 0, Tmax}, AnimationRunning -> False]`

其中我们用大圆盘表示太阳,中圆盘表示地球(在图像的中央),小圆盘表示其它行星。该语句不仅可以直观地显示行星视运动的顺行和逆行等,而且可以显示内行星的大距现象。

2.3 仿真程序的运行结果

利用上述仿真程序可以较好地演示行星的视运动,例如对于内行星金星,只要输入参数:

$$T_1 = 0.615; \varphi_1 = 1.424;$$

运行相应的程序,立刻得到静态的行星视轨道图形和动态的行星视运动图像(图 1)。

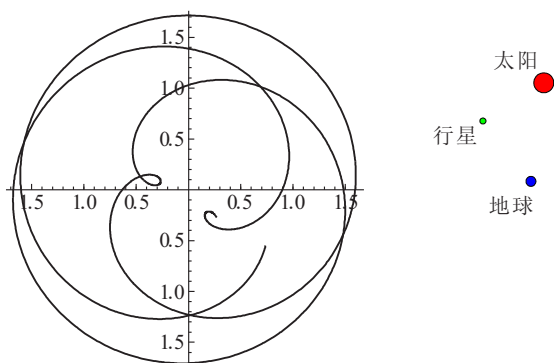


图 1 金星视运动的仿真图像

对于外行星火星,只要输入参数:

$$T_1 = 1.881; \varphi_1 = 2.519;$$

运行相应的程序,得到静态的行星视轨道图形和动态的行星视运动图像(图 2)。

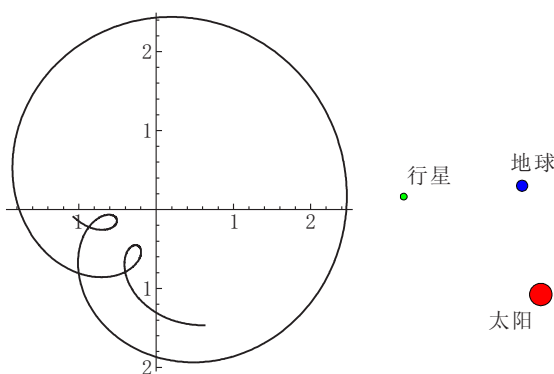


图 2 火星视运动的仿真图像

由上述仿真图像,我们可以直观地了解各个行星的视运动情况,认识行星顺行与逆行的特点,内行星与外行星的区别;掌握“冲、合、留、大距”等概念,从而比较深刻地认识到日心说理论建立过程的科学性。

3 小结

本文在理论分析的基础上,建立了一个行星视运动的简化模型,并利用 Mathematica 编制了行星视运动的静态轨道和动态仿真的程序。利用这个程序,可以帮助学生直观地了解行星视运动现象,掌握相关的概念,从而深刻地认识日心说产生的实验基础,理解其科学性。

参考文献:

- [1] 哥白尼. 天体运行论 [M]. 叶式辉, 译. 西安: 陕西人民出版社, 2001: 7-9.
- [2] 倪致祥. 科研的有力工具——Mathematica [J]. 阜阳师范学院学报, 2005, 22(2): 7-10.
- [3] 南京大学数学天文系天文专业编. 天文学教程(上册) [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1961: 618.